

Kapitel 2

Reguläre Sprachen

2.4

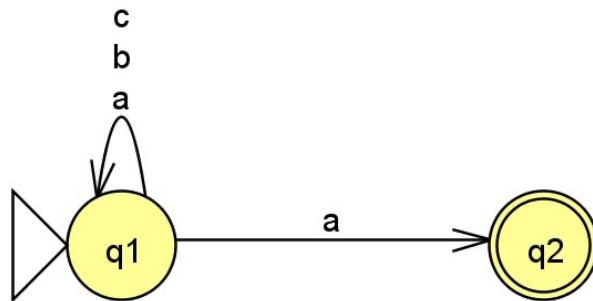
Nichtdeterministischer Endlicher Automat mit ε -Übergängen (ε -NEA)

Prof. Dr. Robert Preis
Fachbereich Informatik
Fachhochschule Dortmund
Robert.Preis@fh-dortmund.de

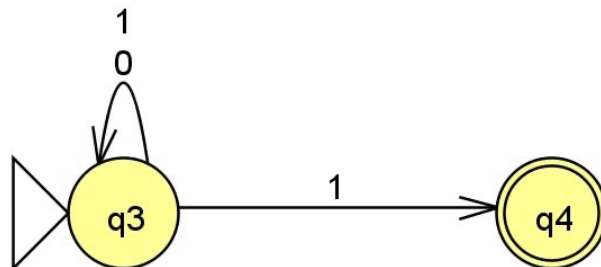
Alle Materialien (Folien, Übungsblätter, etc.) dieser Veranstaltung sind urheberrechtlich geschützt und nur von Teilnehmern dieser Veranstaltung und im Rahmen dieser zu verwenden. Eine anderweitige Verwendung oder Verbreitung ist nicht gestattet.

Vereinigung von NEAs

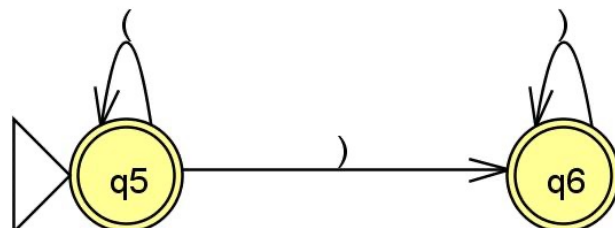
$L_1 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ hört mit } a \text{ auf}\}$



$L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ hört mit } 1 \text{ auf}\}$

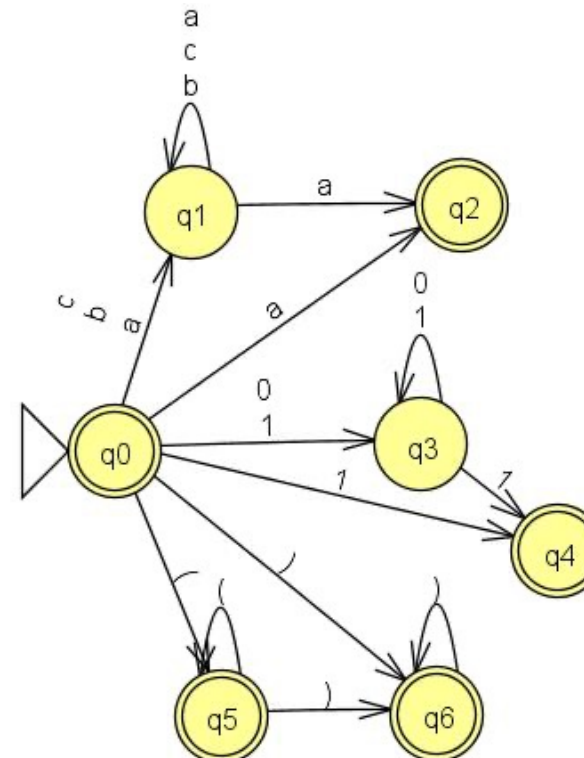


$L_3 = \{w \in \{ (,) \}^* \mid w = (n)^m \text{ mit } n, m \in \mathbb{N}_0\}$



Wie sieht ein Automat aus für $L_1 \cup L_2 \cup L_3$
 $= \{w \in \{a,b,c,0,1,(,)\}^* \mid$

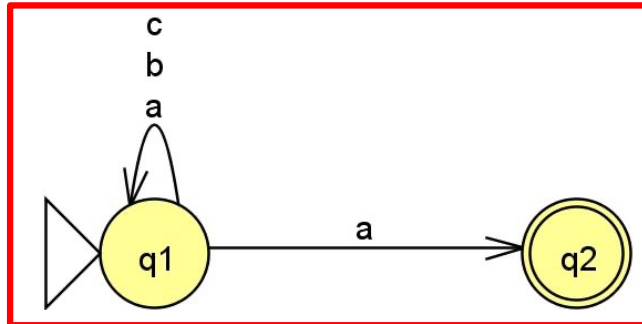
$w \in \{a,b,c\}^* \text{ hört mit } a \text{ auf} \text{ oder}$
 $w \in \{0,1\}^* \text{ hört mit } 1 \text{ auf} \text{ oder}$
 $w = (n)^m \text{ für } n, m \in \mathbb{N}_0\}$?



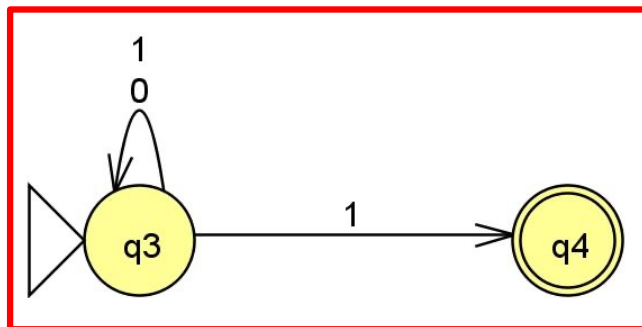
Geht das auch anders, d.h. leichter?

Vereinigung von NEAs einfach gemacht: NEAs mit ϵ -Übergängen

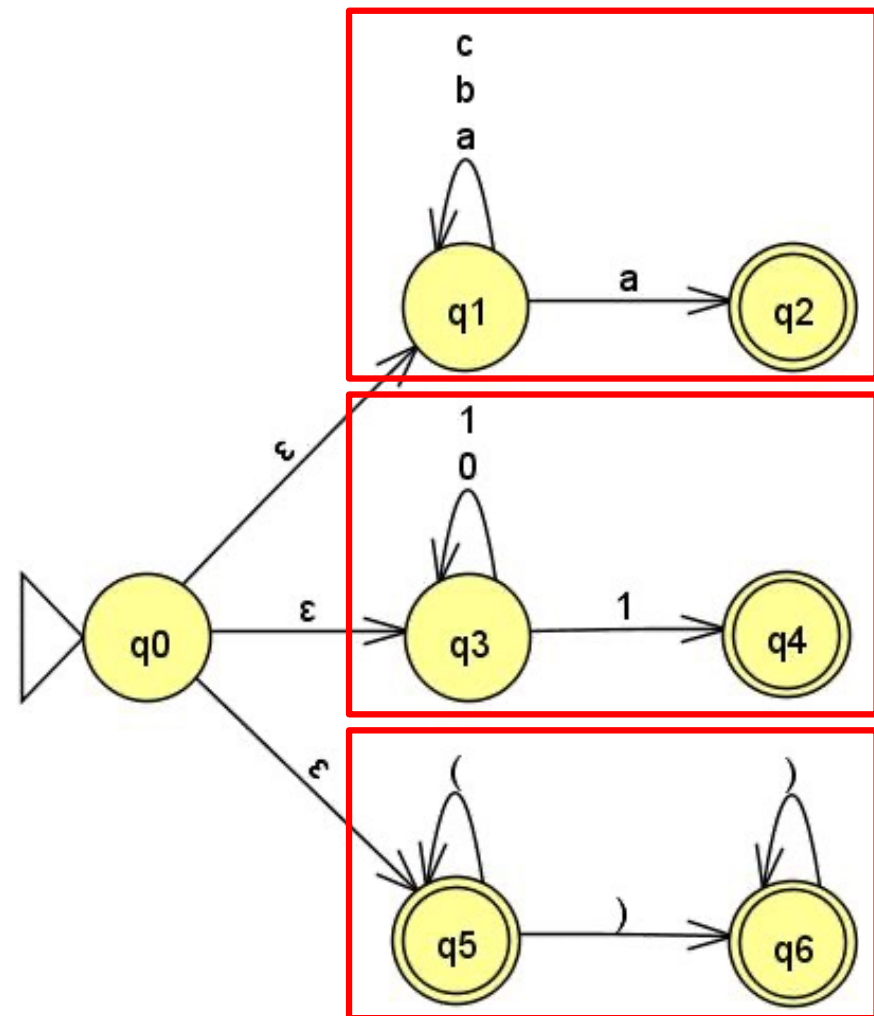
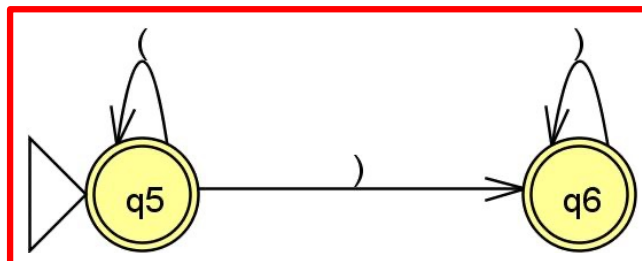
$L_1 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w \text{ hört mit } a \text{ auf}\}$



$L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ hört mit } 1 \text{ auf}\}$

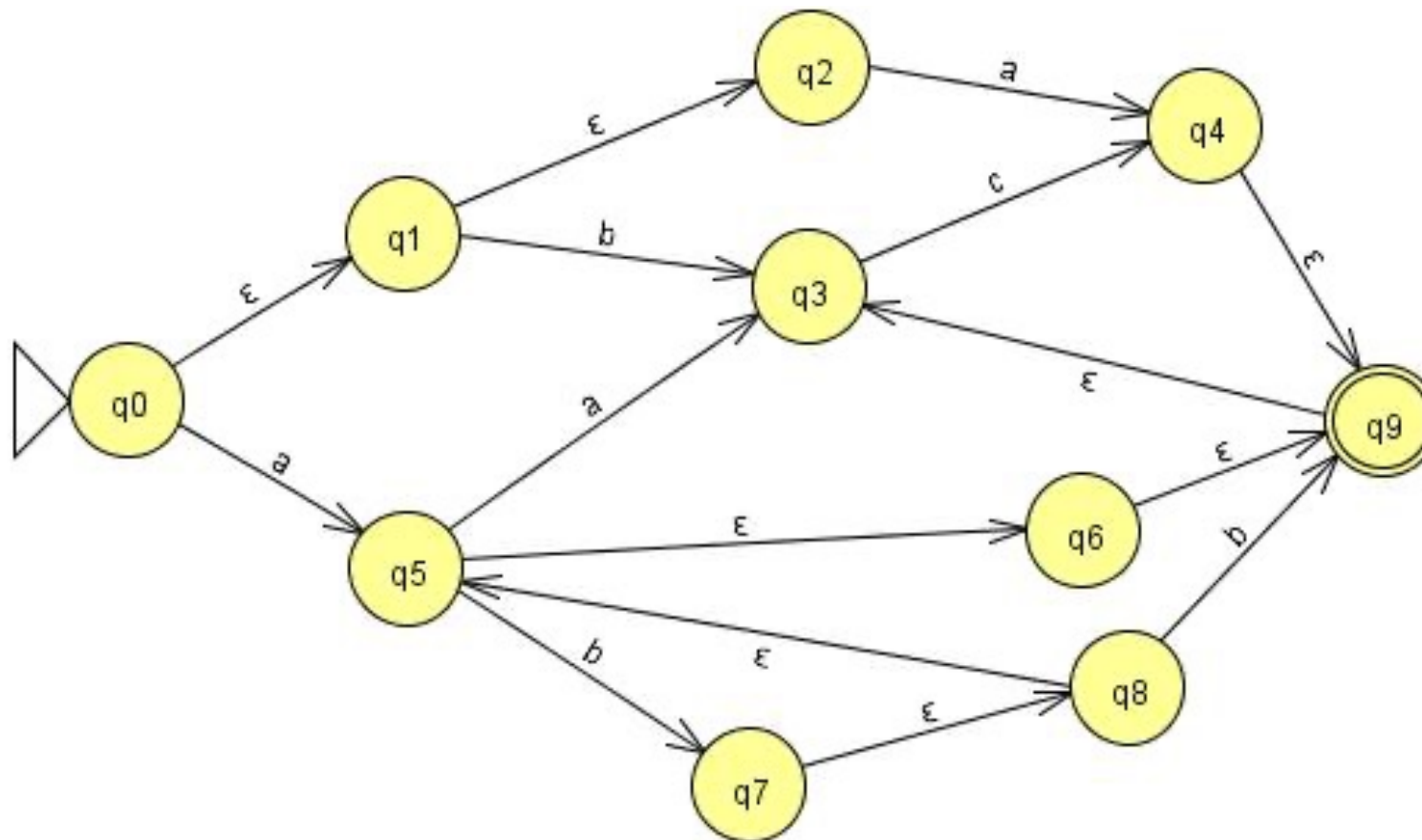


$L_3 = \{w \in \{(\,,)\}^* \mid w = ({}^n) {}^m \text{ mit } n, m \in \mathbb{N}_0\}$



$$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3$$

NEA mit ϵ -Übergang: Beispiel



Zusätzliche ϵ -Übergänge:

- Spontane Übergänge zwischen Zuständen
- Automat geht ohne Eingabe in einen neuen Zustand über
- Kann das Programmieren erleichtern

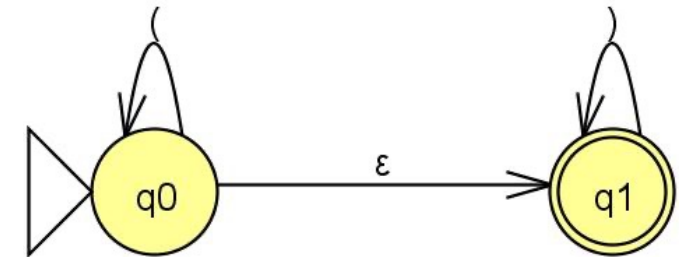
Kann man das Wort „a“ ableiten? Und wie?

Definition eines ε -NEA

Ein Nichtdeterministischer Endlicher Automat mit ε -Übergängen (ε -NEA) ist ein 5-Tupel

$$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

mit



Q : nichtleere endliche Zustandsmenge

Σ : endliches Eingabealphabet

$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow P(Q)$ Zustandsüberföhrungs-
funktion (Übergangsfunktion)

$q_0 \in Q$: Startzustand (Anfangszustand)

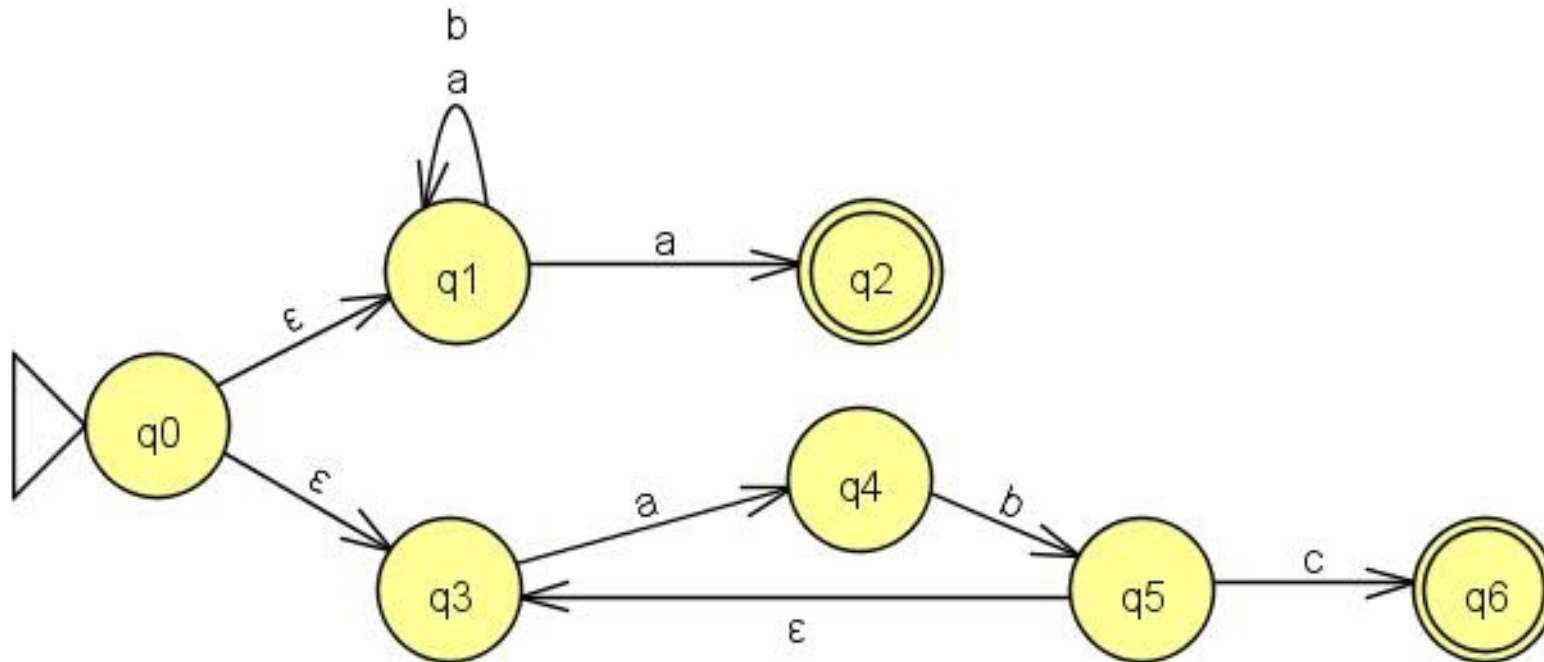
$F \subseteq Q$: Menge von akzeptierenden Zuständen (Endzuständen)

ε -NEA	()	ε
$\rightarrow q_0$	$\{q_0\}$	$\{\}$	$\{q_1\}$
$*q_1$	$\{\}$	$\{q_1\}$	$\{\}$

Zusätzlich zum NEA ist das leere Wort als weiterer Übergang möglich.

Am 5-Tupel kann man einen NEA nicht von einem ε -NEA unterscheiden!

Arbeitsweise eines ε -NEA



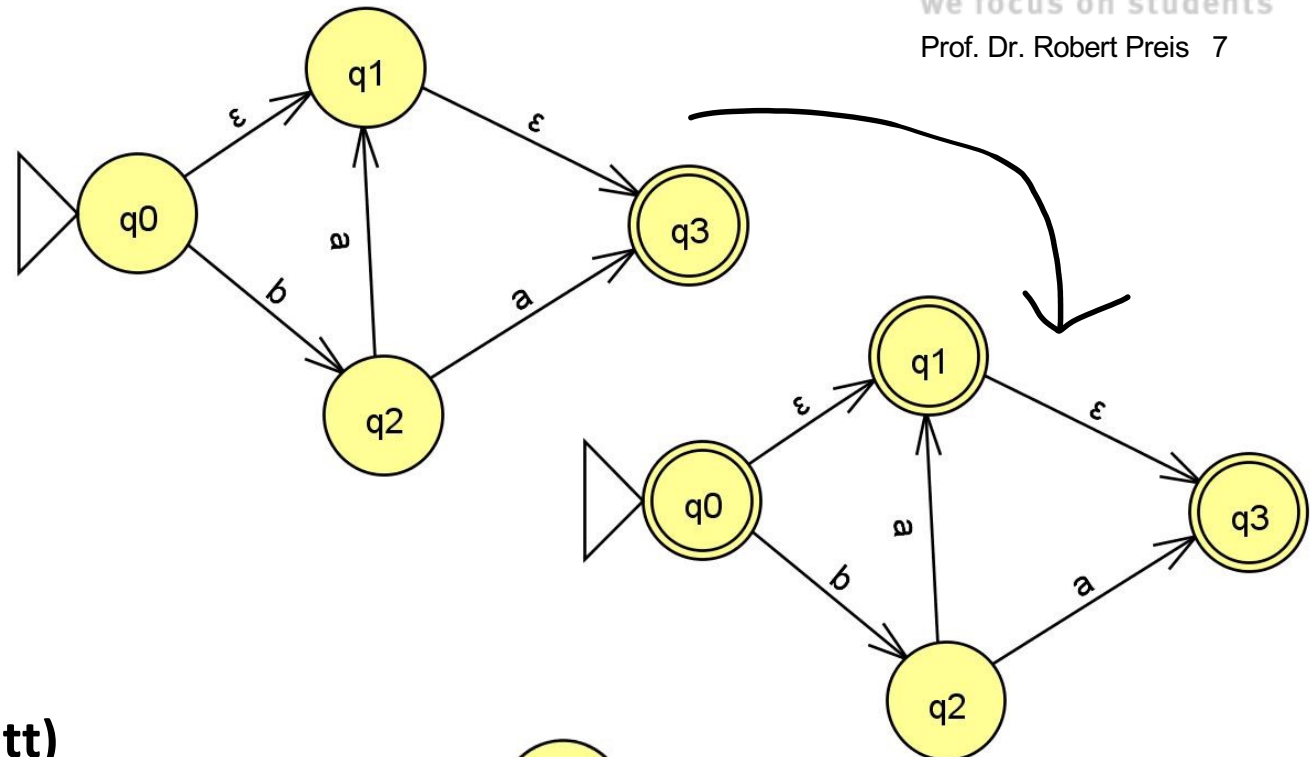
Ableitung von ababc:

$$\begin{aligned}
 & (q_0, \text{ababc}) \vdash (q_1, \text{ababc}) \vdash (q_1, \text{babc}) \vdash (q_1, \text{abc}) \vdash (q_1, \text{bc}) \vdash (q_1, \text{c}) \\
 & \quad \quad \quad \swarrow (q_2, \text{babc}) \quad \quad \quad \swarrow (q_2, \text{bc}) \\
 & \quad \quad \quad \swarrow \\
 & (q_3, \text{ababc}) \vdash (q_4, \text{babc}) \vdash (q_5, \text{abc}) \vdash (q_3, \text{abc}) \vdash (q_4, \text{bc}) \vdash (q_5, \text{c}) \vdash (q_6, \varepsilon) \quad \checkmark \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \swarrow (q_3, \text{c})
 \end{aligned}$$

Umwandlung ϵ -NEA in NEA: Schritte 1 und 2

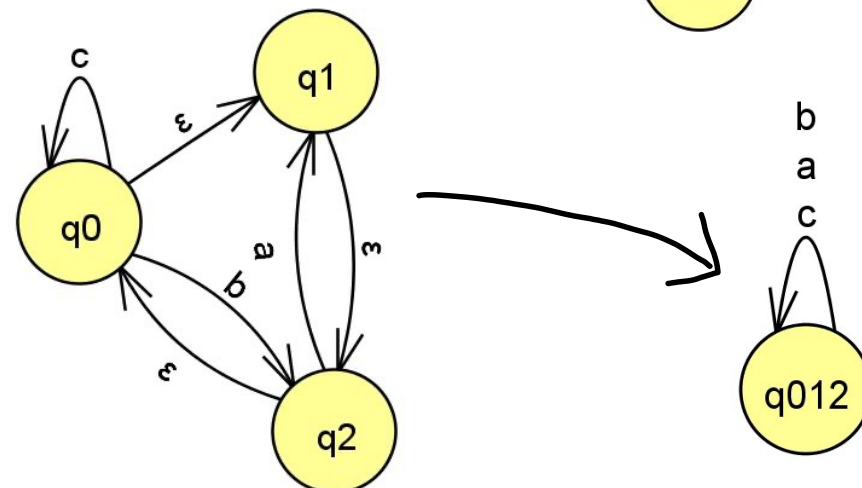
Schritt 1: Endzustände

Alle Zustände, von denen man mit (einem oder mehreren) ϵ -Übergängen zu einem Endzustand kommen kann, werden selbst Endzustände.



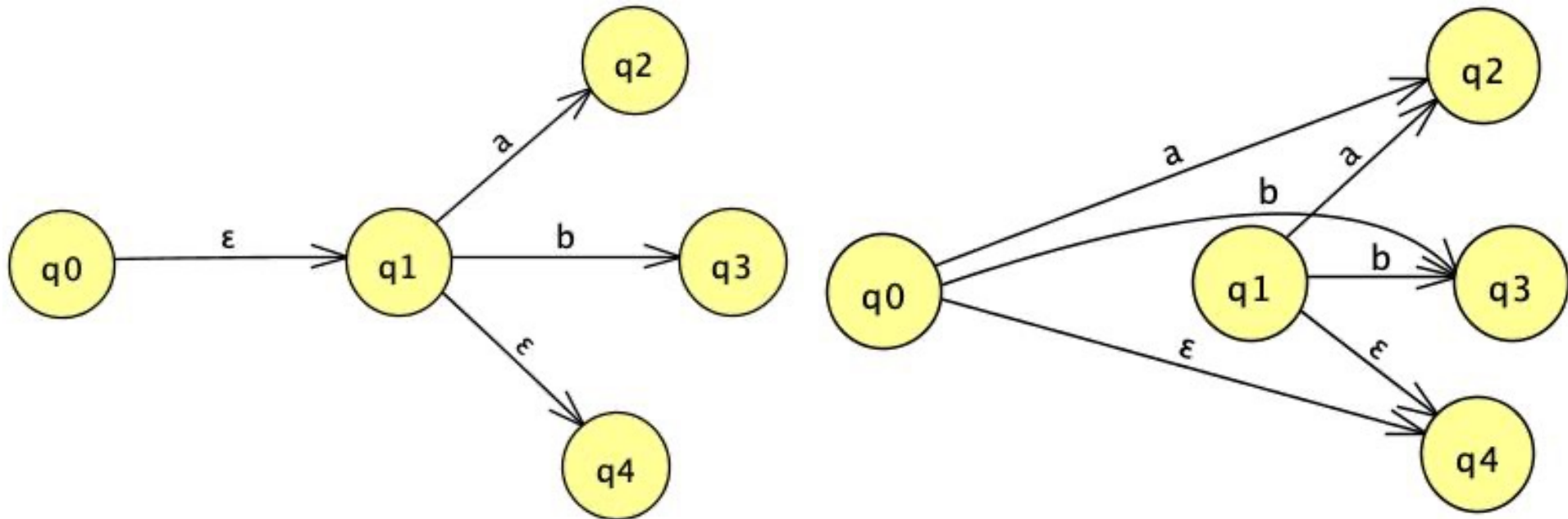
Schritt 2: ϵ -Zyklen (Ausschnitt)

Alle Zyklen von ϵ -Übergängen (d.h. man kann von jedem Zustand in dem Zyklus jeden anderen Zustand durch ϵ -Übergänge erreichen) werden zu einem Zustand geschrumpft. Weitere Übergänge werden zu Schleifen.



Umwandlung ϵ -NEA in NEA: Schritt 3

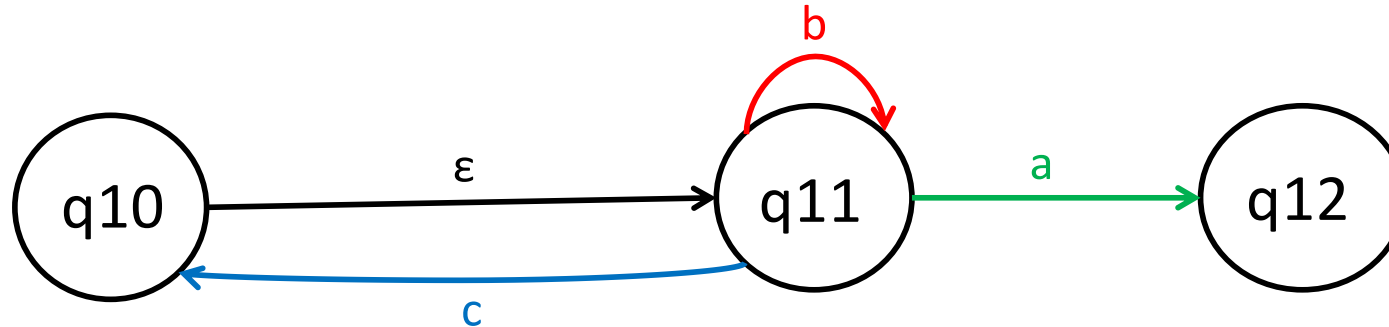
Schritt 3: ϵ –Übergänge werden nacheinander (in beliebiger Reihenfolge) ersetzt
 ϵ -Übergang q_0 nach q_1 wird gelöscht. Dafür werden alle Übergänge, die aus q_1 rausgehen, verdoppelt und gehen zusätzlich auch aus q_0 .



Beispiel: Für den Übergang a von q_1 nach q_2 kommt ein Übergang a von q_0 nach q_2 zusätzlich hinzu

Achtung: es können neue ϵ -Übergänge entstehen! ... Aber keine Sorge...😊

Umwandlung ϵ -NEA in NEA: Sonderfälle in Schritt 3

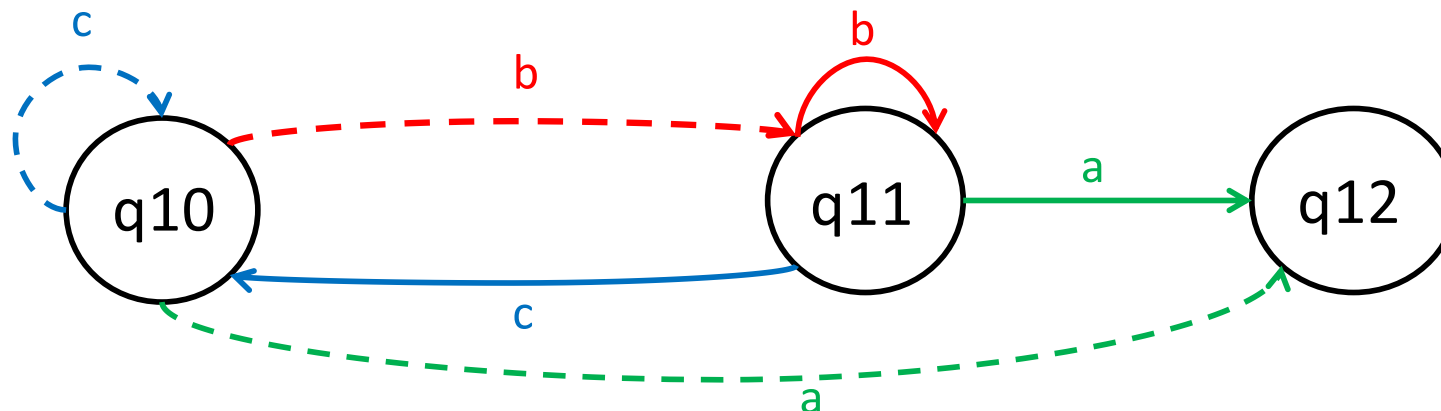


Regelfall:

- Von q11 geht ein a-Übergang zu einem weiteren Zustand

Sonderfälle:

- Von q11 geht eine b-Schleife nach q11
- Von q11 geht ein c-Übergang zurück nach q10

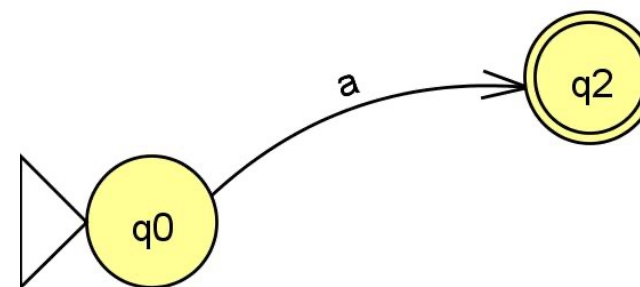
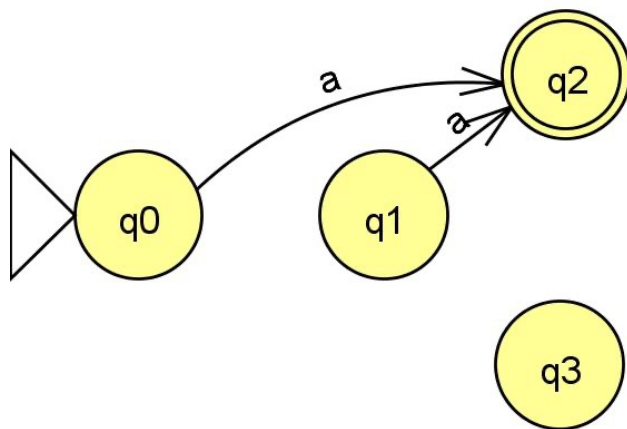


Die gestrichelten Übergänge kommen neu hinzu!

Umwandlung ε -NEA in NEA: Schritt 4

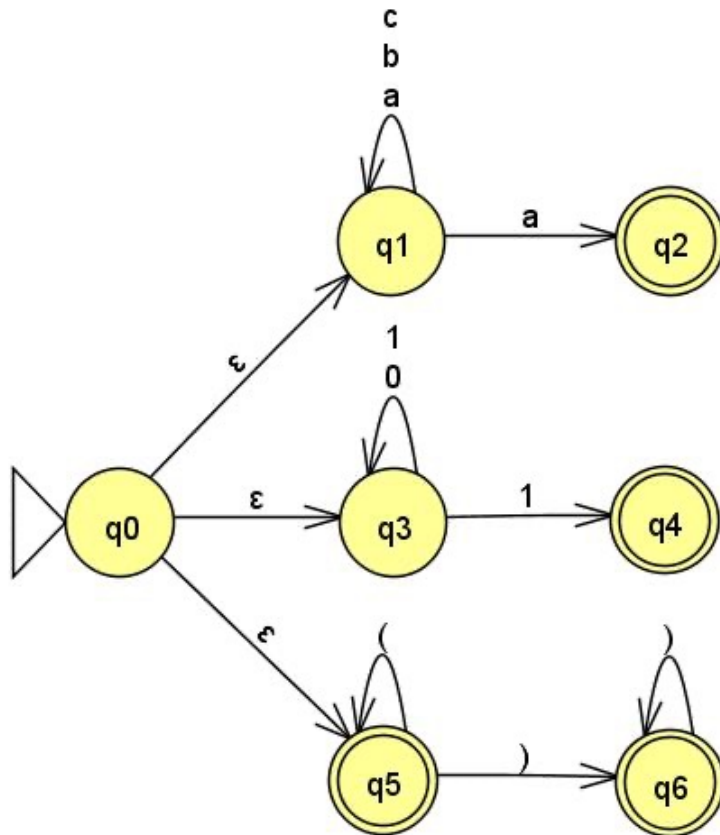
Schritt 4: Lösche alle nicht erreichbaren Zustände

Diese können jederzeit gelöscht werden!

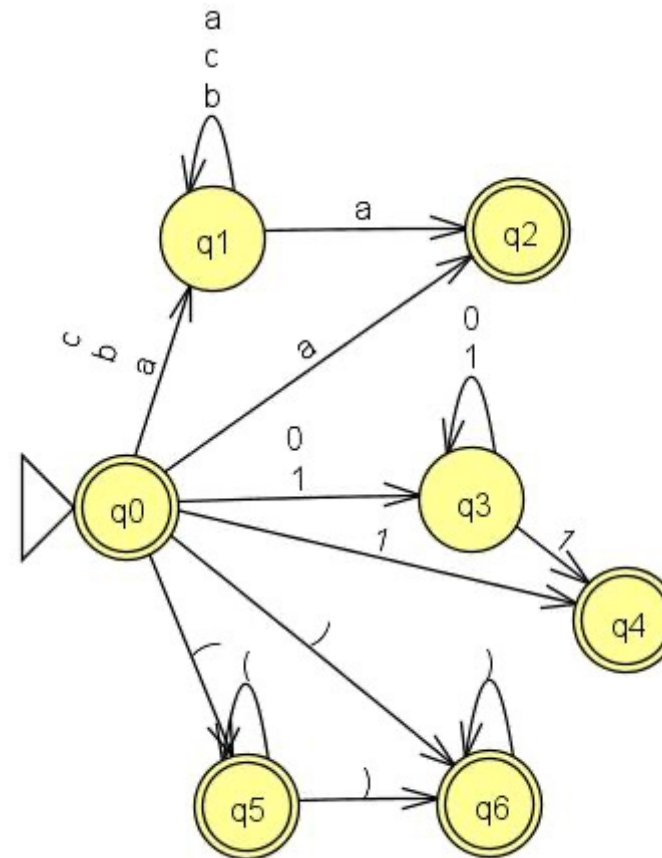


Umwandlung ϵ -NEA in NEA: Elimination der ϵ -Übergänge

ϵ -NEA



Umwandlung in NEA



...sehr bequemes Hilfsmittel beim Automatenentwurf!

vgl. Folie 2, unsere „Vereinigung“

Zusammenfassung

- ϵ -NEAs sind wie NEAs, aber zusätzlich ist eine Zustandsüberführung bei leerer Eingabe möglich.
- Sie erleichtern die Programmierung.
- Sie sind schwer durch Software zu simulieren.
- Man kann einen ϵ -NEA in einen NEA umwandeln, der die selbe Sprache akzeptiert.
- Automaten (DEA, NEA, ϵ -NEA) akzeptieren die selben Sprachen, die von TYP-3 Grammatiken erzeugt werden.
- Die Automaten akzeptieren genau die regulären Sprachen, d.h. die TYP3-Sprachen.